DOI: 10.3724/SP.J.1118.2015.140386

基于贝叶斯方法的黄海北部鳀鱼体长与体重关系式参数估计

朱立新1,侯刚2,梁振林1

1. 山东大学 海洋学院, 山东 威海 264209;

2. 广东海洋大学 水产学院, 广东 湛江 524088

摘要:根据 2011 年 12 月, 2012 年 1 月、5 月、9–11 月, 2013 年 5 月、9–12 月和 2014 年 5 月在山东威海市中心渔 港、石岛渔港拖网、双岛湾定置网渔获物中采集的鳀鱼(*Engraulis japonicus*)样本,分别采用相加的误差结构和相乘 的误差结构,利用贝叶斯方法估计了黄海北部鳀鱼体长与体重关系式参数 *a* 和 *b*,结合以往研究计算鳀鱼体型因子 的分布范围。结果表明,贝叶斯方法能够很好地计算参数 *a* 和 *b* 的估计值及不确定性;偏差信息准则可以从备选模 型中选择出合适的模型,将具有相乘误差结构的体长与体重关系式选为最佳模型。春季、秋季和冬季鳀鱼样本的 体长(*L*, cm)与体重(*W*, g)关系分别为 *W*=6.186×10⁻³*L*^{3.1360}, *W*=4.892×10⁻³*L*^{3.1774}, *W*=4.479×10⁻³*L*^{3.206}。3 个季节样 本的体长与体重关系曲线差异显著,春季样本的体长与体重关系曲线明显高于秋季和冬季样本的曲线,秋季与冬 季样本的体长与体重关系曲线较为接近。全年数据的体长与体重关系曲线会低估春季鳀鱼的体重,高估秋冬季鳀 鱼的体重。从 1964 年至今,鳀鱼参数 *a* 没有太明显的变化规律;从 2004 年起参数 *b* 有变大趋势,2004–2014 年估 计的参数 *b* 明显大于以往估计值。20 世纪 90 年代末至今估计的鳀鱼体长与体重关系曲线明显高于 20 世纪 60~80 年代估计的曲线,显示着同体长鳀鱼的平均体重较以往变大了。黄海北部鳀鱼全长与叉长的关系为 TL=0.0615+1.0908FL,鳀鱼体型因子的分布范围为 0.004 73~0.006 60,中位数为 0.006 03,鳀鱼体型因子可作为定 量描述其体型特征的一个指标。研究结果为探讨鳀鱼对捕捞压力和环境变化的响应机制及鳀鱼资源评估积累了基 础参数。

关键词: 鳀鱼; 体长与体重关系; 贝叶斯方法; 体型因子; 黄海北部 中图分类号: S 931 _____文献标志码: A _____文章编号: 1005-8737-(2015)04-0757-13

鱼类的体长与体重关系(*W=aL^b*)是渔业生物 学和渔业资源评估的基本研究内容之一。在渔业 资源评估研究中,体长与体重关系可用于推算给 定体长时鱼的体重,或者将体长生长方程转化为 体重生长方程,用于单位补充量产量模型等评估 模型的计算^[1]。在鱼类生物学和生态学研究中,体 长与体重关系式则可用于了解鱼类生长的季节性 变化,评估鱼类生长环境的优劣和鱼类的营养状 况^[1-3]。体长与体重关系还可用来判断一个种类为 负异速(negative allometric)生长、等速(isometric) 生长还是正异速(positive allometric)生长,以此来 了解鱼类生长过程中体形的变化特征^[4]。当一个 种或种群具有多组体长与体重关系式参数时,则 可进一步从数量上描述鱼类的体型特征,来比较 不同种或种群间体型的差异^[4]。在饵料、水温、 捕捞活动等多种因素的作用下,同一个种或种群 的体长与体重关系式参数并不是固定不变的,而 是有着一定的季节性波动和年际间变化^[2,4-5]。有 的种类的参数甚至在年际间有着较大变化^[3]。从 这个意义上讲、体长与体重关系式参数又可作为

通信作者:梁振林,教授. E-mail: liang@ouc.edu.cn

收稿日期: 2014-09-16; 修订日期: 2014-11-13.

基金项目:山东省自然科学基金项目(ZR2010DQ019)

作者简介:朱立新(1978-),男,讲师,从事渔业资源学研究.E-mail:zhuxxouc@hotmail.com

考察鱼类响应环境变化的一个指标。因此,开展 鱼类体长与体重关系研究,并较为准确地估算关 系式参数是十分必要的。

鳀鱼(Engraulis japonicus)广泛分布于中国渤 黄海和东海、曾是黄海和东海单种鱼类资源生物 量最大的鱼种^[6]。鳀鱼作为饵料种、被近 40 种高 营养层次的重要经济鱼类所摄食、在食物网中起 着将浮游动物转换为高营养级鱼类的重要枢纽作 用,是黄东海生态系统的关键种^[7]。1990 年以后 随着主要经济渔业资源的衰退和变水层拖网技术 的突破以及鱼粉等产业的兴起, 鳀鱼资源开始得 到大规模开发、鳀鱼产量逐年增加。1998 年鳀鱼 产量达到最高值(约 120 万 t)^[7],随后产量呈下降 趋势。历经10余年的大规模开发、黄海鳀鱼资源 量出现了严重衰退。尽管如此、目前鳀鱼仍是黄 海区的主要捕捞对象之一。伴随鳀鱼资源的衰 退、鳀鱼的生物学特征也发生很大变化。群体呈 小型化和低龄化^[7]、生殖力明显增大^[8]、3龄与4 龄鱼的平均体长明显高于资源鼎盛时期、全长 16~17 cm 的大个体出现的频率有增加趋势^[7]。国 内外学者已估得多组鳀鱼体长与体重关系式参 数^[9-15],这些参数也有着较大波动。本文利用 2011 年 12 月至 2014 年 5 月从北黄海作业的拖网 渔船渔获物和定置网渔获物中采集的样本、估计 了鳀鱼体长与体重关系式参数、并结合以往研究 结果计算了鳀鱼的体型因子、分析了关系式参数 的变化、以期为探讨鳀鱼对捕捞压力和环境变 化的响应特征及鳀鱼资源的评估积累基础资料。 由于鱼类体长与体重关系式的两个参数具有高 度的相关性、本文利用贝叶斯方法对这两个参数 进行了估计、以更好地估计参数以及参数中的不 确定性。

1 材料与方法

1.1 材料

2011 年 12 月, 2012 年 1 月、5 月、9-11 月, 2013 年 5 月、9-12 月和 2014 年 5 月在威海市中 心渔港、石岛渔港从北黄海作业的拖网渔船渔获 物和威海市双岛湾定置网渔获物中采集鳀鱼样本 共计 2 110 尾。测量全长、叉长,摘取耳石作为年 龄鉴定材料。对鱼体完好的样本测量体重,共得 1 104 组叉长与体重数据。为考察鳀鱼体长与体重 关系的季节变化,分别将 5 月、9-11 月、12 月和 次年 1 月数据作为春、秋、冬 3 个季节的数据。 其中,春季、秋季和冬季样本分别为 231 尾、589 尾和 284 尾。

以往研究中的鳀鱼体长与体重关系式参数取 自文献[9–15]。

1.2 方法

1.2.1 体长与体重关系 鱼类体长与体重的关系 式为:

$$W = aL^b \tag{1}$$

式中, L 为体长(cm), W 为 L 对应的体重(g), 本文 采用鳀鱼的叉长与体重数据; $a \ \pi b \ 5 \ 2 \ 7$ 待估计 的参数; $a \ 5 \ 7$ 尺度参数(scaling parameter), $b \ 5 \ 7$ 异速 生长参数(allometric growth parameter)。

1.2.2 参数估计

 1) 贝叶斯公式 估计参数 a 和 b 时,式(1)的 误差分布形式分别假设为正态分布和对数正态分 布,即分别采用由不同误差结构构成的两个模型 估计参数。这两个模型的表达式为:

$$W = aL^b + \varepsilon \tag{2}$$

$$W = aL^b e^{\varepsilon} \tag{3}$$

式中, ε 为误差项, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ 。模型一具有相加 的误差结构(additive error structure),模型二具有 相乘的误差结构(multiplicative error structure)^[16]。 这两个模型参数的似然函数分别为

$$L(D \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left[-\frac{(W_i - aL_i^n)^2}{2\sigma^2}\right]}$$
(4)

$$L(D \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{W_i \sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\{-\frac{[\ln(W_i) - \ln(aU_i^{\nu})]^2}{2\sigma^2}\}}$$
(5)

式中, D 为观测数据; θ 为模型参数, 即 $\theta=(a, b, \sigma)$ 。

根据贝叶斯原理,给定观测数据 *D* 时参数 *θ* 的后验概率分布表示为:

$$P(\theta \mid D) = \frac{L(D \mid \theta)P(\theta)}{\int L(D \mid \theta)P(\theta)d\theta}$$
(6)

式中, $P(\theta)$ 为参数的先验概率分布, $L(D|\theta)$ 为参

数的似然值,即式(4)和式(5)。根据贝叶斯理论, 模型参数是随机分布的,模型参数估计中的不确 定性反映了参数取一特定值时的概率。本研究采 用 JAGS 软件(版本 3.1.1)通过马尔可夫链蒙特卡 罗(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法随机 采样求得参数 θ 后验概率分布的数值解。

2) 收敛诊断方法 采用 MCMC 方法估计参 数后验概率分布的关键问题是如何确定马尔卡夫 链已经收敛。本文通过 Gelman-Rubin 诊断^[17]和 Heidelberger-Welch 诊断^[18]来判断马尔卡夫链是 否已经收敛。根据 Gelman-Rubin 诊断方法,当所 有参数的 PSRF(potential scale reduction factors)点 估计值和 97.5%置信区间上限均接近于 1 时,即 达到收敛。Heidelberger-Welch 诊断方法有 2 种判 别方式,一种方式是半宽度检验(halfwidth test)和 平稳性检验(stationarity test),当每条链的所有参 数均通过半宽度检验和平稳性检验时,则达到收 敛;另一种方式是起始迭代(start iteration)的数值, 如果起始迭代值为 1,则链条已收敛,如果起始 迭代值大于 1,则需要增加退火(burn in)阶段迭代 的次数。

本文采用 2 条马尔卡夫链进行计算,适应计 算阶段和退火阶段迭代次数分别取 20 万次和 30 万次。舍去前 2 个阶段的计算结果,再迭代计算 30 万次,得到 2 条链的 60 万组计算结果。其中, 间隔(thinning interval)取为 10,即每成功迭代 10 次保存 1 次结果,用以减小参数间的自相关。对 两种误差结构构成的模型,分别采用 3 种先验概 率分布估算参数的后验概率分布。Gelman-Rubin 诊断和 Heidelberger-Welch 诊断显示,每条链都达 到了收敛、计算结果可以用于分析。

3) 先验概率分布 参数的先验概率分布一般 借鉴以往研究信息及其他相关信息进行确定,如缺 乏相关参考信息,则采用不含信息的(uninformative) 先验概率分布。本文参数先验概率的分布形式采 用较为灵活的伽玛分布(表 1)。为考察参数的后验 概率分布对先验概率的敏感性,另外为参数设置 了正态分布和均一分布的先验概率。其中,伽玛 分布和正态分布中的参数根据以往鳀鱼的研究结 果确定^[9-15],均一分布根据鳀属 9 种鳀鱼的研究 结果确定^[10],即取 9 种鳀鱼参数 a和 b的最小值 和最大值作为均一分布的范围。精度 τ ,即 $1/\sigma^2$, 均采用不含信息的先验概率分布。参数的 3 套先 验概率分布如图 1 所示。

4) 模型选择方法 采用偏差信息准则(deviance information criterion, DIC)从 2 种误差结构构成的 模型[即式(2)和式(3)]中选择最优的模型。DIC 是 用于贝叶斯框架下的模型选择准则, 其同时考虑 了拟合优度和模型的复杂度^[19], DIC 值最小的模 型为最优模型。模型的偏差和 DIC 分别表示为^[19]

$$D(y,\theta) = -2\lg L(y \mid \theta) \tag{7}$$

$$DIC = \overline{D} + p_D \tag{8}$$

式中, $D(y, \theta)$ 为观测数据 y 给定时模型的偏差, 用 来表征拟合的优度; \overline{D} 为参数取得后验概率分布 时偏差的均值; p_D 为模型有效的参数数量。 **1.2.3** 曲线差异性检验方法 采用残差平方和分 析法 (analysis of the residual sum of squares, ARSS)^[20]检验各季节样本所得体长与体重关系 曲线间是否存在显著性差异。ARSS 中统计量 *F* 的计算公式为^[20]

表 1 模型参数 a、b 和 τ 的先验概率分布 Tab. 1 Scenarios for different settings of prior distributions for parameters

先验概率分布 prior distribution	a	b	τ (1/ σ^2)	
伽马分布 gamma distribution	<i>Ga</i> (1.753, 227.273)	<i>Ga</i> (164.193, 53.763)	<i>Ga</i> (0.001, 0.001)	
正态分布 normal distribution	$N(7.700 \times 10^{-3}, 8.281 \times 10^{-5})$	N (3.053, 0.058)	Ga (0.001, 0.001)	
均一分布 uniform distribution	U (8.000×10 ⁻⁴ , 3.680×10 ⁻²)	U (2.300, 3.822)	Ga (0.001, 0.001)	

注: 伽玛分布采用 $Ga(p,\lambda) \sim \frac{\lambda^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-\lambda x}, x>0.$

Note: The following form of gamma distribution was used: $Ga(p,\lambda) \sim \frac{\lambda^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-\lambda x}$ for x>0.



—— 伽玛分布 gamma distribution ------- 正态分布 normal distribution ---- 均一分布 uniform distribution

图 1 鳀鱼参数 a 和 b 的先验概率分布

Fig.1 Prior probability distributions for parameter a and b of Japanese anchovy E. japonicus

$$F = \frac{\frac{\text{RSS}_{p} - \sum \text{RSS}_{i}}{\text{DF}_{p} - \sum \text{DF}_{i}}}{\frac{\sum \text{RSS}_{i}}{\sum \text{DF}_{i}}} = \frac{\frac{\text{RSS}_{p} - \sum \text{RSS}_{i}}{3(K-1)}}{\frac{\sum \text{RSS}_{i}}{N-3K}}$$
(9)

式中, RSS_p 为将参与比较的曲线的数据合在一起, 所得拟合曲线的残差平方和,对应的自由度为 DF_p; RSS_i为第 *i* 条曲线的残差平方和,对应的自 由度为 DF_i; *N* 为数据合并后样本大小, *K* 为参与 比较的曲线条数。统计量 *F* 的自由度为 3(K-1), (*N*-3*K*)。本文利用贝叶斯方法估计的参数值,计 算相应数据的残差平方和,得到统计量 *F*。

1.2.4 体型因子 当体长与体重关系式中的参数 b 取值为 3 时,所估计的参数 $a(i c b a_{3.0})$ 的值可用于表征一个种类或种群的体型特征,称为体型因子(form factor)^[4]。一个种类或种群的体型因子表示为^[4]

$$a_{3,0} = 10^{\lg a - S(b-3)} \tag{10}$$

式中, lga 是以 10 为底的对数; S 为 lga 对 b 回归 所得直线的斜率; 参数 a 和 b 是由全长(total length, TL)和体重数据估算的值。不同类型的体长, 并不影响参数 b 的估计值, 但会影响参数 a 的估 计值^[4]。此外, 体长与体重的单位也会影响参数 a的估计值。以往研究中, 全长、叉长和标准体长 (standard length, SL)均有采用。体长单位既有 cm, 又有 mm。本文首先将以往研究中由体长单位为 mm、体重单位为 g 时估计 a 值转化为体长单位为 cm、体重单位为 g 时的值。转化公式为^[4]

$$a' = a \times 10^b \tag{11}$$

由叉长或标准体长得到的参数 *a*(*a*_{Ls}), 换算 成全长时的换算成采用全长时的 *a*(*a*_{TL})。

全长与叉长或标准体长间的关系表示为^[4]

$$TL = f + gL_s \tag{12}$$

式中, L_S 为叉长或标准体长; f 和 g为回归参数。 $a_{TL} 与 a_{LS}$ 的关系为^[4]

$$a_{\rm TL} = a_{\rm Ls} \left(\frac{2f}{L_{\rm max}} + g\right)^{-b}$$
(13)

式中, *L*_{max}为研究种类的最大全长。为了解黄海鳀 鱼体型因子的分布范围,本文首先建立鳀鱼全长 与叉长间的关系式,然后将以往研究中由叉长与 体重数据得到参数*a*转化为*a*_{TL},*L*_{max}取18.0 cm^[10]。

2 结果与分析

2.1 体长与体重关系

图 2、图 3 和图 4 分别为春季、秋季和冬季 数据得到的参数的后验概率分布。可以看出,3 套 先验概率分布的结果是比较接近的。表 2 为每套 先验概率估计的参数的统计分布。以伽玛先验概 率分布的结果为基准,计算另外 2 套先验概率分 布所得参数估计值的偏差。结果显示,对于相加 误差结构模型的结果,3 个季节数据参数 a的偏差 范围为-0.39%~1.99%,参数 b的偏差范围为-0.22%~0.05%;对于相乘误差结构的模型,3 个 季节数据参数 a的偏差范围为-0.26%~0.16%,参 数 b的偏差范围为-0.02%~0.04%。对于两个模型, 图 2、图 3 和图 4 显示, 对于每个季节的数据,

两个模型得到的结果有着一定差异,相乘误差结 构模型估计的参数的分布更为集中,该模型时 3 套先验概率分布所得结果的偏差也较小。对于春 季数据和秋季数据,相乘误差结构模型估计的 *b*



图 2 春季鳀鱼参数 a 和 b 的后验概率分布

Fig. 2 Posterior probability distributions for parameter a and b of Japanese anchovy E. japonicus in spring



图 3 秋季鳀鱼参数 a 和 b 的后验概率分布

Fig. 3 Posterior probability distributions for parameter a and b of Japanese anchovy E. japonicus in autumn



图 4 冬季鳀鱼参数 a 和 b 的后验概率分布

Fig. 4 Posterior probability distributions for parameter a and b of Japanese anchovy E. japonicus in winter

表 2 各先验概率分布时估计的参数 a 和 b 统计分布 Tab. 2 Summary statistics of the estimated parameter a and b based on each set of prior distribution

数据 data	模型 model	参数 parameters	伽马分布 gamma distribution	正态分布 normal distribution	均一分布 uniform distribution	
	模型一	<i>a</i> (×10 ⁻³)	7.237, 7.138, (5.120, 9.903)	7.312, 7.242, (5.122, 9.969)	7.381, 7.255, (5.108, 10.382)	
春季 spring	Model I	В	3.0774, 3.0773, (2.9496, 3.2067)	3.0774, 3.0773, (2.9496, 3.2067)	3.0706, 3.0709, (2.9314, 3.2076)	
	模型二 Model II	a (×10 ⁻³)	6.186, 6.113, (4.633, 8.150)	6.185, 6.128, (4.594, 8.107)	6.170, 6.098, (4.575, 8.161)	
		В	3.1360, 3.1367, (3.0228, 3.2465)	3.1361, 3.1357, (3.250, 3.22498)	3.1374, 3.1377, (3.0224, 3.2514)	
秋季 autumn	模型一	a (×10 ⁻³)	5.016, 5.010, (4.635, 5.435)	5.026, 5.019, (4.625, 5.447)	5.024, 5.018, (4.623, 5.461)	
	Model I	В	3.1668, 3.1669, (3.1344, 3.1981)	3.1661, 3.1663, (3.1335, 3.1989)	3.1662, 3.1663, (3.1325, 3.1990)	
	模型二 Model II	a (×10 ⁻³)	4.892, 4.891, (4.679, 5.113)	4.896, 4.895, (4.682, 5.118)	4.890, 4.889, (4.677, 5.113)	
		В	3.1774, 3.1774, (3.1566, 3.1981)	3.1770, 3.1770, (3.1561, 3.1978)	3.1776, 3.1776, (3.1566, 3.1983)	
冬季 winter	模型一	a (×10 ⁻³)	4.389, 4.384, (3.953, 4.859)	4.382, 4.373, (3.953, 4.850)	4.372, 4.367, (3.930, 4.845)	
	Model I	В	3.2310, 3.2310, (3.1895, 3.2727)	3.2317, 3.2319, (3.1902, 3.2727)	3.2326, 3.2325, (3.1906, 3.2750)	
	模型二	a (×10 ⁻³)	4.479, 4.473, (4.101, 4.891)	4.486, 4.483, (4.095, 4.894)	4.472, 4.468, (4.086, 4.876)	
	Model II	b	3.2206, 3.2207, (3.1810, 3.2593)	3.2199, 3.2197, (3.1807, 3.2599)	3.2213, 3.2212, (3.1824, 3.2610)	

注: 表中参数的统计量依次为估计值、中位数、95%置信区间下限、95%置信区间上限.

Note: The statistics are point estimate, median, lower limit of 95% confidence interval and upper limit of 95% confidence interval for each parameter.

大于相加误差结构模型的结果;相应地,相乘误 差结构模型估计的 *a* 小于相加误差结构模型的结 果。而对于冬季数据,相乘误差结构模型估计的 *b* 小于相加误差结构模型的结果,估计的 *a* 大于相 加误差结果模型的结果。以相乘误差结构模型的 结果为基准,计算两个模型所得参数估计值的偏 差。结果显示,春季数据两个模型的结果相差较大,参数 *a* 的偏差范围为-19.63%~-16.99%,参数 *b* 的偏差范围为 1.87%~2.13%;秋季数据和冬季数据两个模型的结果相差较小,参数 *a* 的偏差均在±3.00%以内,参数 *b* 的偏差均在±0.40%以内。

DIC 值显示具有相乘误差结构的模型为最优

模型(表 3)。根据伽玛先验概率分布时相乘误差结 构模型的参数估计值(表 2),得到鳀鱼体长与体重 关系表达式(图 5)。

 $W = 6.186 \times 10^{-3} L^{3.1360}$ (春季, *n*=231, 8.85~15.2 cm) $W = 4.892 \times 10^{-3} L^{3.1774}$ (秋季, *n*=589, 5.05~15.2 cm) $W = 4.479 \times 10^{-3} L^{3.2206}$ (冬季, *n*=284, 5.50~15.2 cm) ARSS 检验的结果显示, 3 个季节样本的体长

与体重关系曲线存在显著性差异。春季样本曲线 与秋季样本曲线的 *F*=156.02(*P*<0.005); 春季样 本曲线与冬季样本曲线的 F=48.70(P<0.005); 冬季 样本曲线与秋季 样本曲线的 F=11.03(P< 0.005)。

2.2 体型因子

在鳀鱼以往生物学研究中,3种类型的体长均 有采用。本文利用1838 尾鳀鱼的样本,得到全长 与叉长间的线性关系(图6)。其中,全长的范围为 5.55~17 cm,叉长的范围为5.05~16.0 cm。

TL = 0.0615 + 1.0908FL (*n*=1838, *R*²=0.9995)

表 3 各先验概率分布时模型的 DIC 值 Tab.3 DIC values for two models based on each set of prior distribution

数据 data	模型 model -	DIC				
		伽玛分布 gamma distribution	正态分布 normal distribution	均一分布 uniform distribution		
春季 spring	模型一 Model I	830.9	831.4	831.6		
	模型二 Model II	808.3	808.3	808.4		
秋季 autumn	模型— Model I	1025.0	1025.0	1025.0		
	模型二 Model II	263.9	263.9	263.9		
冬季 winter	模型— Model I	451.9	452.1	452.1		
	模型二 Model II	328.6	328.7	328.8		



图 5 鳀鱼体长与体重的关系

图中去掉了内部的一些散点,以清晰展示体长与体重数据的分布.

Fig. 5 Scatter plot of fork length and body weight of Japanese anchovy *E. japonicus* Points inside of the cluster were removed to clearly display the distribution of the weight–length data.

根据式(13)对表 4 中由叉长与体重数据得到 的参数 *a* 转化为 a_{TL} 。大亚湾海域鳀鱼样本参数^[10] 是由标准体长和体重数据得到的,因没有鳀鱼全 长与标准体长间的换算关系,无法将大亚湾样本 的参数 *a* 换算成 a_{TL} ,因而舍去该组参数。经 lga_{TL} 对 *b* 进行线性回归,得到关系式 lga_{TL} = 1.1798 – 1.1374*b* (图 7)。将关系式斜率 *S*= –1.1374 代入式(10)得的 $a_{3,0}$ (表 4)。

鳀鱼 a_{3.0}的分布范围为 0.004 73~0.006 60, 均

值为 0.005 88, 中位数为 0.006 03, 95%置信区间 为(0.005 47, 0.006 29), 第 5 和第 95 百分位数分别 为 0.004 88 和 0.006 48。

3 讨论

3.1 贝叶斯方法与模型误差结构

最大似然法因易于计算在模型参数估计中应 用较为广泛,其认为模型参数存在真实值,而数 据具有一定的发生概率,因而将形如式(4)和式(5)

			-	r e			r,		
海域 waters	采样日期 sampling date	a (×10 ⁻³)	Ь	体长范围/cm length range	n	体长类型 length type	文献 sources	a _{TL} (×10 ⁻³)	<i>a</i> _{3.0}
黄海北部 North Yellow Sea	1964–1965 1979–1980	4.741*	3.1100	-	-	FL	[9]	3.548	0.00473
大亚湾 Daya Bay	1985–1986	3.670	3.1960	4.00~12.00	-	SL	[10]	-	-
黄海 Yellow Sea	1987.11-12	4.000	3.0900	-	-	TL	[11]	4.000	0.00506
莱州湾 Laizhou Bay	1998–1999	6.392*	3.1067	8.00~13.50	312	FL	[12]	4.786	0.00633
黄海南部 South Yellow Sea	2001.01	4.948*	3.0785	-	-	TL	[13]	4.948	0.00608
黄海南部 South Yellow Sea	2004.01	4.011*	3.1671	-	-	TL	[13]	4.011	0.00621
黄海南部 South Yellow Sea	2006.10-11	3.600	3.2040	4.80~12.20	35	TL	[14]	3.600	0.00614
胶州湾 Jiaozhou Bay	2008.09-2009.08	24.000	2.4960	10.90~13.90	83	TL	[15]	24.000	0.00597
黄海北部 North Yellow Sea	2012-2014 春季 spring	6.186	3.1361	8.50~15.20	231	FL	本文 this study	4.619	0.00660
黄海北部 North Yellow Sea	2012-2013 秋季 autumn	4.892	3.1774	5.05~15.20	589	FL	本文 this study	3.639	0.00579
黄海北部 North Yellow Sea	2011-2013 冬季 winter	4.479	3.2206	5.50~15.20	284	FL	本文 this study	3.318	0.00591
							2		

表 4 不同年份估计的鳀鱼参数 a 和 b Tab. 4 Summary of parameter a and b of Japanese anchovy E. japonicus in different years

注:带*数值表示将文献中 a 的值(体长单位为 mm、体重单位为 g)换算为体长单位为 cm、体重单位为 g 时的值.

Note: Values (with *) of parameter a with length in cm and weight in g converted from those with length in mm and weight in g in the literatures.





图中回归直线由 1 838 组叉长与全长数据得到;图 6 只给出位 于散点分布范围轮廓上的点,以清晰展示全长与叉长的关系. Fig. 6 Scatter plot of total length and fork length of Japanese anchovy *E. japonicus*

The regression line in the figure was drawn according to 1 838 sets of FL and TL data but only the points in the outline of the cluster were drawn to clearly display the relationship between TL and FL.

的表达式视为给定模型参数时数据发生的概率, 利用该式估算数据发生概率最大时的参数。而贝 叶斯方法认为数据是真实的,模型参数则是随机 分布的,将形如式(4)和式(5)的表达式视为给定 数据时模型参数的函数,通过把先验概率和似然 函数联合在一起来计算参数的后验概率分布,将 具有最大概率的参数作为模型参数估计值。因此,



图 7 鳀鱼 lga_{TL}与参数 b 的散点图 Fig. 7 Scatter plot of lga_{TL} and b for Japanese anchovy *E. japonicus*

贝叶斯方法的优点是吸收了参数的先验信息,由 先验信息和参数似然值共同决定参数的后验分布, 同时以概率分布形式给出参数的不确定性。

本文假设体长与体重关系式的误差分别服从 正态分布和对数正态分布,为体长与体重关系构 建了两种误差结构的模型,并建立了模型参数的 似然函数。在设定的3套参数先验概率分布下,计 算了模型参数的后验概率分布。结果显示,3套先 验概率分布得到的参数后验概率分布基本一致, 参数估计值的偏差不超过 2.00%,说明参数的后 验概率分布对先验概率分布是不敏感的。图 2、 图 3 和图 4 显示参数的后验概率分布较先验分布 发生了很大变化,只有春季数据参数的后验概率 密度与先验概率密度在数量级上较为接近(图 1、 图 2),而秋季数据和冬季数据参数 *a* 和 *b* 的后验 概率密度在数量级上均超过了先验概率密度(图 1, 图 3,图 4)。这说明数据含有足够多的信息,先验 概率对结果的影响较小,参数的后验概率密度主 要由似然函数决定的。而对于由两种误差结构构 成的模型,当误差为正态分布时,3 套先验概率分 布的结果差异稍大一点,参数 *a* 估计值的偏差达 1.99%,这可能与模型的误差结构有关。此外,这 种差异也反映出先验概率对参数后验概率分布还 是略有影响的。

正态分布和对数正态分布是估计模型参数时 常采用的两种误差分布形式。本文运用这两种误 差分布形式分别构建了相加误差结构的模型和相 乘误差结构的模型。对于体长与体重关系式,一 般建议将误差分布设为对数正态分布。对于 3 个 季节数据, DIC 均将相乘误差结构的模型选为最 佳模型, DIC 能够从备选模型中选择出最为适当 的模型。 本文结果显示模型误差分布形式对参数 *a* 和 *b* 的估计值有着直接的影响,不合适的误差分布 形式既可能高估参数,也可能低估参数(表 2)。对 于春季和冬季数据,相加误差结构模型估计的参 数 *b* 大于相乘误差结构模型得到的估计值;而对 于秋季数据,相加误差结构模型估计的参数 *b* 则 小于相乘误差结构模型得到的估计值。

3.2 体长与体重关系式参数间的关系

对于每个季节的数据,利用伽玛先验概率分 布和相乘误差结构模型计算参数后验概率分布, 得到 60 万组参数估计值。春季数据 60 万组参数 估计值的分布如图 8 所示,秋季数据和冬季数据 的参数估计值有着类似的分布规律。图 8 每个小 图的点由同一组 a、b 和 σ^2 估计值两两组合得到。 参数 a 和 b估计值的组合呈条带状分布(图 8 第一 排第二个图和第二排第一个图),显示着二者间有 着非常明显的负相关关系。参数 a 或 b 和 σ^2 估计 值的组合分布没有规律(图 8 第一排和第二排的第 三个图、第三排的第一个和第二个图),显示出参 数 a 或 b 和 σ^2 间不存在相关关系。参数 a 和 b 间





Fig. 8 Correlation between each of the estimated parameters for Japanese anchovy E. japonicus in spring

显著的负相关关系说明二者的相互影响非常大。 如在以往研究结果中, Xue 等^[15]估计的胶州湾鳀 鱼参数 *a* 最大, 相应地参数 *b* 也最小(表 4)。一般 利用参数 *a* 评价鱼类生长环境的优劣以及鱼类的 营养状况。假如估计的参数 *b* 不准确, 必然造成 参数 *a* 的估计值存有偏差, 这将会影响评估结论 的可靠性。因此, 鉴于参数 *a* 和 *b* 间的负相关关 系, 必须较为准确地估算这两个参数。

3.3 体长与体重关系曲线的季节变化

受到鳀鱼洄游和伏季休渔等因素影响, 目前 北黄海鳀鱼渔业作业时间为每年的 5 月, 9-12 月 以及次年的1月、集中作业时间为9-11月。因此、 本文春季数据只由 5 月份样本组成。5 月份样本 最小叉长为 8.85 cm, 绝大部分样本的叉长都在 10 cm 以上、样本组成较秋季和冬季样本发生了 很大变化。图 9 显示春季样本的鳀鱼体长与体重 关系曲线明显高于秋季与冬季样本的曲线、冬季 样本的曲线略高于秋季样本的曲线, 且 3 个季节 样本的体长与体重关系曲线间存在显著性差异。 春季样本曲线显著高于秋季和冬季样本曲线可能 主要与鳀鱼性腺的发育和脂肪的积累有关。首先、 5月份样本性腺已发育很大、5月末采集的部分样 本已见不透明卵。其次, 鳀鱼在 3 月进入生殖洄 游期后、摄食强度逐步增加、4月份达全年高峰^[7]、 但在 5 月摄食率逐步降低、而肥满度和脂肪含量 达全年最高^[7,13]。

将秋季与冬季的数据合并,在伽玛先验概率



图 9 鳀鱼体长与体重关系曲线

Fig. 9 Curves between body weight and total length for Japanese anchovy *E. japonicus*

下采用相乘误差结构模型计算的参数 *a* 估计值为 4.776×10⁻³, 95%置信区间为(4.590×10⁻³, 4.971×10⁻³); *b*的估计值为 3.1897, 95%置信区间为(3.171 1, 3.207 9); 体长与体重关系表达式为 $W = 4.776 \times 10^{-3} L^{3.1897}$ (*n*=873, 5.05~15.2 cm),该曲线位于秋季曲线和冬 季曲线之间(图 9)。如果将全部数据合并,在相同 条件下计算的参数 *a* 估计值为 4.064×10⁻³, 95%置 信区间为(3.905×10⁻³, 4.226×10⁻³); *b* 的估计值为 3.272 6, 95%置信区间为(3.255 1, 3.290 1);体长与 体重关系表达式为 W=4.064×10⁻³ $L^{3.2726}$ (*n*=1 104, 5.05~15.2 cm)。该曲线会低估繁殖前期鳀鱼的体重, 高估秋季和冬季鳀鱼的体重(图 9)。

3.4 鳀鱼体长与体重关系参数的年际变化

如表 4 所示,将参数 *a* 统一换算成 a_{TL} 。Xue 等^[15]估计的胶州湾鳀鱼参数 a_{TL} 最大,比其他研 究得到的 a_{TL} 高一个数量级。如不考虑该参数,焦 燕等^[12]估计的 a_{TL} 最大,其次是朱建成^[13]2004 年 数据和本文春季数据的 a_{TL} 。本文秋季数据的 a_{TL} 与李培军等^[9]以及 Kang 等^[14]的结果较为接近, 而本文冬季数据的 a_{TL} 最小。秋季和冬季数据得 到的 a_{TL} 处于以往研究范围内。本文春季数据和 秋季数据估计的参数 *b* 处于以往研究结果范围内, 冬季数据估计的 *b* 略高于 Kang 等^[14]的结果。已 记录的 1 773 种鱼类的 *b* 介于 1.96~3.94,90%的 *b* 位于 2.7~3.4^[4],而鳀属 9 种鳀鱼的 *b* 位于 2.300~3.822^[10],本文结果是可以接受的。

从体长与体重关系曲线来看(图 10),本文春 季样本的曲线明显高于其他曲线,其次是焦燕等^[12] 的曲线。朱建成^[13]2004 年数据的曲线和 Kang 等^[14]的曲线较为接近,略低于焦燕等^[12]的曲 线。朱建成^[13]2001 数据的曲线和本文秋冬季的 曲线较为接近,但低于前面 4 条曲线。Xue 等^[15] 的曲线明显高估了较小体长鳀鱼的体重,大约 从全长 13.5 cm 开始 Xue 等^[15]的曲线低于朱建 成^[13]2001 数据的曲线和本文秋冬季的曲线。朱 德山等^[11]的曲线和李培军等^[9]的曲线明显低于 前面的 7 条曲线。根据图 10 所示的曲线分布,如不 考虑 Xue 等^[15]的曲线,剩余的 8 条曲线大致可分 为两大类,一类为从 20 世纪 90 年代末至今估得



图 10 不同年份鳀鱼体长与体重关系曲线 Fig. 10 Curves between weight and total length for Japanese anchovy *E. japonicus* in different years

的 6 条曲线, 另一类为 20 世纪 60 年代至 80 年代 期间估计的 2 条曲线。前者明显高于后者, 两类 曲线的这种差异表明同体长鳀鱼的平均体重较早 期有所增加。

如不考虑 Xue 等^[15]的研究结果,从 20 世纪 60 年代至今, 鳀鱼参数 *a* 并没有太明显的变化规 律,参数 *b* 有变大趋势。从表 4 看出,从 1964 年 至 2001 年期间,*b* 值分布范围为 3.078 5~3.110 0, 而在 2004 年至 2014 年期间,*b* 值分布范围为 3.136 1~ 3.220 6。至于 *b* 值是否确实较以往变大了,今后 还有待进一步研究。

20 世纪 90 年代末以后同体长鳀鱼平均体重 的增加及 2004–2014 年期间参数 b 的变大趋势可 能与鳀鱼资源密度的下降、饵料基础、水温等因 素有关。20 世纪 80 年代中后期鳀鱼资源未进行 大规模开发时资源量在 300 万 t 水平上波动^[7],从 20 世纪 90 年代初开始大规模开发鳀鱼资源,1998 年黄海鳀鱼产量达到峰值。1990 年后期随着鳀鱼 渔业迅猛发展,鳀鱼资源大幅衰退,至 2003 年越 冬群体资源降至 10 万 t^[7]。显然鳀鱼种群变得稀 疏。虽然近 30 年来黄海海域浮游动物周年月平均 生物量出现较大幅度的下降^[21],但鳀鱼资源量下 降幅度远远超过了饵料生物的下降幅度^[13],因而 鳀鱼资源衰退后饵料变得相对充足。朱建成^[13]的 研究发现,相比 2001 年,2004 年鳀鱼生长期积温 变小, 而鳀鱼体长和体重的积温生长速度反而变 大, 水温对鳀鱼的生长有着一定的影响。

3.5 鳀鱼体型因子

b 等于 3 表示小个体样本与大个体样本具有 相同的体形,即鱼类从小到大生长过程中,体长、 体高、和体宽方向的生长速度不发生变化;*b* 大于 3 意味着大个体样本在体高、体宽方向增长速度 超过了体长方向的增长速度,即鱼类长大后鱼体 变得更加圆润。除 Xue 等^[15]估计的 *b* 值小于 3 外 (图 7,表 4),其他研究估计的 *b* 均大于 3。因此, 鳀鱼为正异速生长,鳀鱼长大后鱼体变得圆润, 这和实际情况是相符的。

Froese^[4]将 1 316 种鱼的体型分为 4 大类, 即 鳗型、细长型、纺锤形和侧扁型。结果显示从鳗 型到细长型、纺锤型和侧扁型, *a*_{3.0}的中位数显著 增加^[4]。其中, 45 种鳗型鱼类的 *a*_{3.0} 中位数为 0.001 31, 95%置信区间为(0.000 99, 0.001 65), 第 5~95 百分位数为 0.000 32~0.013 9; 403 种细长型 鱼类 *a*_{3.0} 中位数为 0.008 38, 95%置信区间为 (0.007 75, 0.009 06), 第 5~95 百分位数为 0.002 93~ 0.017 8。鳗型鱼类与细长型鱼类 *a*_{3.0} 的中位数和 95%置信区间有着较大差异, 但第 5~95 百分位数 分布范围存在很大重叠部分^[4]。本文计算的黄海 鳀鱼 *a*_{3.0}的分布范围为 0.004 73~0.006 60, 均值为 0.005 88, 中位数为 0.006 03, 95%置信区间为 (0.005 47, 0.006 29), 第 5~95 百分位数分别为 0.004 88~0.006 48。仅从数值上判断, 鳀鱼更接近 于细长型。因此, 鳀鱼的体型因子基本上反映了 鳀鱼的体型特征。

参考文献:

- Goncalves J, Bentes L, Lino P, et al. Weight-length relationships for selected fish species of the small-scale demersal fisheries of the south and south-west coast of Portugal[J]. Fish Res, 1997, 30(3): 253–256.
- [2] Santos M, Gaspar M, Vasconcelos P, et al. Weight-length relationships for 50 selected fish species of the Algarve coast (southern Portugal)[J]. Fish Res, 2002, 59(1–2): 289–295.
- [3] Li Z L, Jin X S, Shan X J, et al. Inter-annual changes on body weight-length relationship and relative fatness of small yellow croaker (*Larimichthys polyactis*)[J]. Journal of Fishery Sciences of China, 2011, 18(3): 602–610. [李忠炉, 金显 仕, 单秀娟, 等. 小黄鱼体长-体质量关系和肥满度的年 际变化[J]. 中国水产科学, 2011, 18(3): 602–610.]
- [4] Froese R. Cube law, condition factor and weight-length relationships: history, meta-analysis and recommendations[J]. J Appl Ichthyol, 2006, 22(4): 241–253.
- [5] Ismen A, Ozen O, Altinagac U, et al. Weight-length relationships of 63 fish species in Saros Bay, Turkey[J]. J Appl Ichthyol, 2007, 23(6): 707–708.
- [6] Jin X S, Hamre J, Zhao X Y, et al. Study on the quota management of anchovy (*Engraulis japonicus*)[J]. Journal of Fishery Sciences of China, 2001, 8(3): 27–30. [金显仕, Hamre J, 赵宪勇,等. 黄海鳀鱼限额捕捞的研究[J]. 中国 水产科学, 2001, 8(3): 27–30.]
- [7] Zhao X Y. Population dynamics characteristics and sustainable utilization of the anchovy stock in the Yellow Sea[D]. Qingdao: Dissertation in Ocean University of China, 2006.
 [赵宪勇. 黄海鳀鱼种群动力学特征及其资源可持续利用
 [D]. 青岛: 中国海洋大学, 2006.]
- [8] Zeng L, Li X S, Zhao X Y, et al. Fecundity and its variations of anchovy *Engraulis japonicus* in the central and southern Yellow Sea[J]. Journal of Fishery Sciences of China, 2005, 12(5): 569–574. [曾玲,李显森,赵宪勇,等. 黄海鳀鱼 (*Engraulis japonicus*)生殖力及其年际变化[J]. 中国水产科 学, 2005, 12(5): 569–574.]

- [9] Li P J, Qin Y J, Chen J K. Age and growth of anchovy *Engraulis japonicus* in northern Yellow Sea[J]. Fisheries Science, 1982(1): 1-5. [李培军,秦玉江,陈介康. 黄海北部 日本鳀的年龄与生长[J]. 水产科学, 1982(1): 1-5.]
- [10] Froese R, Pauly D. 2014. FishBase. http://www.fishbase.org.
- [11] Zhu D S, Iversen S A. Anchovy and other fish resources in the Yellow Sea and East China Sea[J]. Marine Fisheries Research, 1990, 11: 1–141. [朱德山, Iversen S A. 黄、东海鳀 鱼及其他经济鱼类资源声学评估的调查研究[J]. 海洋水 产研究, 1990, 11: 1–141.]
- [12] Jiao Y, Chen D G, Liu Q, et al. Biological characteristics of some small species in Engraulidae and Clupeidae[J]. Journal of Fisheries of China, 2001, 25(4): 323–329. [焦燕, 陈大刚, 刘群, 等. 莱州湾小型鳀鲱鱼类的生物学特征[J]. 水产学报, 2001, 25(4): 323–329.]
- [13] Zhu J C. Age determination and growth characteristics of the anchovy in the Yellow Sea[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2007. [朱建成. 黃海鳀鱼的年龄鉴定与生长特征 研究[D]. 青岛:中国海洋大学, 2007.]
- [14] Kang D, Cho S, Lee C, et al. *Ex situ* target-strength measurements of Japanese anchovy (*Engraulis japonicus*) in the coastal Northwest Pacific [J]. ICES J Mar Sci, 2009, 66(6): 1219–1224.
- [15] Xue Y, Ren Y, Xu B, et al. Length-weight relationships of fish species caught by bottom trawl in Jiaozhou Bay, China[J]. J Appl Ichthyol, 2011, 27(3): 949–954.
- [16] Quinn T J II, Deriso R B. Quantitative fish dynamics[M]. New York: Oxford University Press, 1999.
- [17] Gelman A, Rubin D B. Inference from iterative simulation using multiple sequences[J]. Stat Sci, 1992, 7(4): 457–472.
- [18] Heidelberger P, Welch P D. Simulation run length control in the presence of an initial transient[J]. Operations Research, 1983, 31(6): 1109–1144.
- [19] Fordyce J, Gompert Z, Forister M, et al. A hierarchical Bayesian approach to ecological count data: a flexible tool for ecologists[J]. PLoS ONE, 2011, 6(11): 1–7.
- [20] Haddon M. Modelling and quantitative methods in fisheries[M]. Boca Raton: Chapman & Hall/ CRC, 2001.
- [21] Jin X S, Zhao X Y, Meng T X, et al. Biological resources and environment in Bohai Sea and Yellow Sea[M]. Beijing: Science Press, 2005. [金显仕,赵宪勇, 孟田湘, 等. 黄、渤海 生物资源与栖息环境[M]. 北京:科学出版社, 2005.]

Parameter estimation of the weight–length relationship of Japanese anchovy in the north Yellow Sea using Bayesian methods

ZHU Lixin¹, HOU Gang², LIANG Zhenlin¹

1. Marine College, Shandong University, Weihai 264209, China;

2. Fisheries College, Guangdong Ocean University, Zhanjiang 524088, China

Abstract: The weight-length relationship of the Japanese anchovy Engraulis japonicus in the north Yellow Sea was estimated using Bayesian methods. The relationship was calculated for both the assumption of an additive error structure and for a multiplicative error structure. The species form factor was calculated according to estimated parameters from this study and those found in the literature. Samples were obtained from the commercial catch of trawls at Weihai Port and Shidao Port and of set nets in Shuangdao Bay in Shandong. Bayesian methods effectively estimated parameters a and b of the weight-length relationship and their uncertainties. The deviance information criterion selected the weight-length relationship with multiplicative error structure as the best model from the candidate models. The weight–length relationships of Japanese anchovy in spring, autumn, and winter were $W=6.186 \times L^{3.1360}$, $W=4.892 \times L^{3.1774}$, and $W=4.479 \times L^{3.2206}$, respectively. There were significant differences among the seasonal curves of the weight–length relationship. The springtime curve was located above those of autumn and winter, while the autumnal curve was similar to that of winter. Thus, the relationship for pooled data across seasons would underestimate the weight in spring and overestimate autumn and winter weights. Parameter a varied irregularly between 1964 and 2014, while parameter b showed an increasing trend since 2004, where estimated values between 2004 and 2014 were distinctly larger than those prior to 2004. The weight-length curves since the late 1990s were located above those from the 1960s to the1980s, implying the mean weight for a given size fish had increased. The total length-fork length (TL-FL) relationship of Japanese anchovy in the north Yellow Sea was TL=0.0615+1.0909FL. The form factor of Japanese anchovy ranged from 0.004 73 to 0.006 60 (median=0.006 03), which could serve as an index for the characteristic shape of Japanese anchovy. Thus, this study provided basic parameters needed to evaluate Japanese anchovy stocks and to further investigate the response mechanism of Japanese anchovy to fishing pressure and environmental changes.

Key words: *Engraulis japonicus*; weight-length relationship; Bayesian method; form factor; north Yellow Sea Corresponding author: LIANG Zhenlin. E-mail: liang@ouc.edu.cn